

# OPERACIONES CON NÚMEROS COMPLEJOS

## EJERCICIOS PROPUESTOS, p151. Matemáticas I Bachillerato. ANAYA.

1.- Efectúa las siguientes operaciones y simplifica el resultado:

$$In[1]:= (6 - 5 \mathbb{I}) + (2 - \mathbb{I}) - 2 (-5 + 6 \mathbb{I})$$

[número i] [número i] [núr]

$$Out[1]=$$
$$18 - 18 \mathbb{I}$$

$$In[2]:= (2 - 3 \mathbb{I}) - (5 + 4 \mathbb{I}) + \frac{1}{2} (6 - 4 \mathbb{I})$$

[número i] [número i] [núr]

$$Out[2]=$$
$$-9 \mathbb{I}$$

$$In[3]:= (3 + 2 \mathbb{I}) (4 - 2 \mathbb{I})$$

[número i] [núr]

$$Out[3]=$$
$$16 + 2 \mathbb{I}$$

$$In[4]:= (2 + 3 \mathbb{I}) (5 - 6 \mathbb{I})$$

[número i] [núr]

$$Out[4]=$$
$$28 + 3 \mathbb{I}$$

$$In[5]:= (-\mathbb{I} + 1) (3 - 2 \mathbb{I}) (1 + 3 \mathbb{I})$$

[número i] [número i] [núr]

$$Out[5]=$$
$$16 - 2 \mathbb{I}$$

$$In[6]:= \frac{2 + 4 \mathbb{I}}{4 - 2 \mathbb{I}}$$

$$Out[6]=$$
$$\mathbb{I}$$

$$In[7]:= \frac{1 - 4 \mathbb{I}}{3 + \mathbb{I}}$$

$$Out[7]=$$
$$-\frac{1}{10} - \frac{13 \mathbb{I}}{10}$$

$$In[8]:= \frac{4 + 4 \mathbb{I}}{-3 + 5 \mathbb{I}}$$

$$Out[8]=$$
$$\frac{4}{17} - \frac{16 \mathbb{I}}{17}$$

$$In[9]:= \frac{5 + \mathbb{I}}{-2 - \mathbb{I}}$$

$$Out[9]=$$
$$-\frac{11}{5} + \frac{3 \mathbb{I}}{5}$$

$$\text{In}[*]:= \frac{1 + 5 \mathbf{i}}{3 + 4 \mathbf{i}}$$

$$\text{Out}[*]= \frac{23}{25} + \frac{11 \mathbf{i}}{25}$$

$$\text{In}[*]:= \frac{4 - 2 \mathbf{i}}{\mathbf{i}}$$

$$\text{Out}[*]= -2 - 4 \mathbf{i}$$

$$\text{In}[*]:= 6 - 3 \left( 5 + \frac{2}{5} \mathbf{i} \right) \quad \underline{\text{nur}}$$

$$\text{Out}[*]= -9 - \frac{6 \mathbf{i}}{5}$$

$$\text{In}[*]:= \frac{(-3 \mathbf{i})^2 (1 - 2 \mathbf{i})}{2 + 2 \mathbf{i}}$$

$$\text{Out}[*]= \frac{9}{4} + \frac{27 \mathbf{i}}{4}$$

## 2.- Obtén polinomios cuyas raíces sean:

$$\text{In}[*]:= \mathbf{Expand}[(x - (5 - 2 \mathbf{i})) (x - (5 + 2 \mathbf{i}))] \quad \underline{\text{expande factores}} \quad \underline{\text{número i}} \quad \underline{\text{número}}$$

$$\text{Out}[*]= 29 - 10x + x^2$$

$$\text{In}[*]:= \mathbf{Solve}[\%, x] \quad \underline{\text{resuelve}}$$

$$\text{Out}[*]= \{ \{x \rightarrow 5 - 2 \mathbf{i}\}, \{x \rightarrow 5 + 2 \mathbf{i}\} \}$$

$$\text{In}[*]:= \mathbf{Expand}[(x - (2 + \sqrt{3} \mathbf{i})) (x - (2 - \sqrt{3} \mathbf{i}))] \quad \underline{\text{expande factores}} \quad \underline{\text{número i}} \quad \underline{\text{número}}$$

$$\text{Out}[*]= 7 - 4x + x^2$$

$$\text{In}[*]:= \mathbf{Solve}[\%, x] \quad \underline{\text{resuelve}}$$

$$\text{Out}[*]= \{ \{x \rightarrow 2 - \mathbf{i} \sqrt{3}\}, \{x \rightarrow 2 + \mathbf{i} \sqrt{3}\} \}$$

$$\text{In}[*]:= \mathbf{Expand}[(x + 3 \mathbf{i}) (x - 3 \mathbf{i})] \quad \underline{\text{expande factores}} \quad \underline{\text{número i}} \quad \underline{\text{número}}$$

$$\text{Out}[*]= 9 + x^2$$

$$\text{In}[*]:= \mathbf{Solve}[\%, x] \quad \underline{\text{resuelve}}$$

$$\text{Out}[*]= \{ \{x \rightarrow -3 \mathbf{i}\}, \{x \rightarrow 3 \mathbf{i}\} \}$$

```
In[8]:= Expand[(x - (1 + 2 I)) (x - (3 - 4 I))]
 $\downarrow$  expande factores  $\downarrow$  número i  $\downarrow$  número
Out[8]= (11 + 2 i) - (4 - 2 i) x + x2

In[9]:= Solve[% == 0, x]
 $\downarrow$  resuelve
Out[9]= { {x → 1 + 2 i}, {x → 3 - 4 i} }
```

**3.- ¿Cuánto debe valer x, real, para que el complejo  $(25 - x i)^2$  sea imaginario puro?**

```
In[10]:= Expand[(25 - x I)2]
 $\downarrow$  expande factores
625 - 50 i x - x2 = (625 - x2) - 50 i x
```

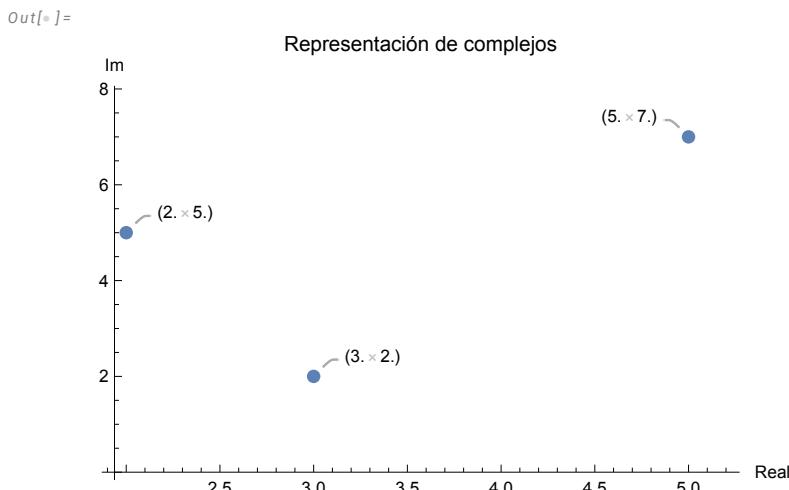
Para que ese complejo sea imaginario puro la parte real tiene que ser cero:

```
In[11]:= Solve[625 - x2 == 0, x]
 $\downarrow$  resuelve
Out[11]= { {x → -25}, {x → 25} }
```

**4.- Representa gráficamente  $z_1 = 3 + 2i$ ,  $z_2 = 2 + 5i$  y  $z_1 + z_2$ . Comprueba que  $z_1 + z_2$  es una diagonal del paralelogramo de lados  $z_1$  y  $z_2$ .**

Lo hacemos de dos formas, en primer lugar:

```
In[12]:= ListPlot[ReIm[{3 + 2 I, 2 + 5 I, 5 + 7 I}], PlotStyle → PointSize[Large],
 $\downarrow$  representa → partes real e ...
 $\downarrow$  número i  $\downarrow$  número i  $\downarrow$  estilo de representación → tamaño de ...
 $\downarrow$  grande
LabelingFunction → (DisplayForm[RowBox[{"(", #1[[1]], #1[[2]], ")"}]] &),
 $\downarrow$  función de etiquetado  $\downarrow$  muestra  $\downarrow$  caja de fila
AxesLabel → {"Real", "Im"}, PlotLabel → "Representación de complejos"
 $\downarrow$  etiqueta de ejes  $\downarrow$  real  $\downarrow$  parte → etiqueta de representación
```



En segundo lugar:

```
In[1]:= ComplexListPlot[{3 + 2 I → "a", 2 + 5 I → "2", 5 + 7 I → "3"}, 
  representación compleja de lista |número i |número i |número i
  PlotStyle → PointSize[Large], 
  estilo de repre... |tamaño de ... |grande
  LabelingFunction → (DisplayForm[RowBox[{"(", #1[[1]], #1[[2]], ")"}]] &),
  función de etiquetado |muestra |caja de fila
  AxesLabel → {"Real", "Im"}, PlotLabel → "Representación raíces complejas"]
  |etiqueta de ejes |real |parte... |etiqueta de representación

Out[1]= Representación raíces complejas
Im
 7
 6
 5
 4
 3
 2
 1
 0
 5. (2. × 5.)
 4
 3
 2
 1
 0
 2.5 3.0 3.5 4.0 4.5 5.0 Real
  (3. × 2.)
```

The figure shows a 2D plot of complex numbers in the complex plane. The horizontal axis is labeled 'Real' and the vertical axis is labeled 'Im'. Three points are plotted: 'a' at (2, 5), '2' at (3, 2), and '3' at (5, 7). Each point is accompanied by a small curved arrow pointing towards it from the origin.